Números, radicales, proporcionalidad y polinomios

Solucionario

Respuestas de los huecos de los ejercicios guiados

TodoSobresaliente

Solucionario

Respuestas de todos los huecos de los ejercicios guiados, en el mismo orden que el libro. Cada ficha indica la página donde está su enunciado.

Ficha 1 · Descomponer un número en factores primos (ficha en la pág. 2)

◑ Guiado 1

Hueco 1: 2

Hueco 2: 15

Hueco 3: 5

Hueco 4: $2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Hueco 5: 21

Hueco 6: 7

Hueco 7: $2^2 \cdot 3 \cdot 7$

◔ Guiado 2

Hueco 1: $360 \to 180 \to 90 \to 45$ (tres veces entre 2) $\to 15 \to 5$ (dos veces entre 3) $\to 1$ (entre 5): $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

Hueco 2: $1 + 5 + 7 + 5 = 18$, múltiplo de 3. $1575 \to 525 \to 175$ (dos veces entre 3) $\to 35 \to 7$ (dos veces entre 5) $\to 1$ (entre 7): $1575 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

Hueco 3: Ninguno: los dos tienen más de un factor primo distinto.

Ficha 2 · El máximo común divisor (ficha en la pág. 5)

◑ Guiado 1

Hueco 1: 2

Hueco 2: 3

Hueco 3: 2 (2^2 frente a 2^4: nos quedamos con 2^2)

Hueco 4: 1 (3^2 frente a 3: nos quedamos con 3)

Hueco 5: $2^2 \cdot 3$

Hueco 6: 12

◔ Guiado 2

Hueco 1: $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$; $64 = 2^6$; $81 = 3^4$

Hueco 2: Comunes: el 2 y el 3, los dos con exponente 2 (el 5 y el 7 no son comunes). m.c.d.$(180, 252) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$

Hueco 3: No tienen factores primos comunes: m.c.d.$(64, 81) = 1$

Ficha 3 · De decimal a fracción: exactos y periódicos puros (ficha en la pág. 8)

Guiado 1

Hueco 1: 125
Hueco 2: 100
Hueco 3: 9
Hueco 4: 312
Hueco 5: 3
Hueco 6: 309

Guiado 2

Hueco 1: Tres cifras decimales: $0{,}045 = \frac{45}{1000}$. m.c.d.$(45, 1000) = 5$: $\frac{45}{1000} = \frac{9}{200}$

Hueco 2: $12{,}\overline{7} = \frac{127 - 12}{9} = \frac{115}{9}$ (ya es irreducible)

Hueco 3: Tres nueves: $0{,}\overline{324} = \frac{324}{999} = \frac{12}{37}$ (dividiendo entre 27)

Ficha 4 · De decimal a fracción: periódicos mixtos (ficha en la pág. 11)

Guiado 1

Hueco 1: 1
Hueco 2: un
Hueco 3: 1
Hueco 4: 90
Hueco 5: 15
Hueco 6: 23
Hueco 7: 990
Hueco 8: 2322

Guiado 2

Hueco 1: Un nueve (periodo de una cifra) y un cero (una cifra antes del periodo): $0{,}8\overline{3} = \frac{83 - 8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$

Hueco 2: Un nueve y dos ceros: $1{,}12\overline{5} = \frac{1125 - 112}{900} = \frac{1013}{900}$ (irreducible)

Ficha 5 · La fracción de una cantidad (ficha en la pág. 14)

Guiado 1

Hueco 1: 1500
Hueco 2: 600
Hueco 3: 600
Hueco 4: 900
Hueco 5: $\frac{3}{5}$

Hueco 6: 900

Guiado 2

Hueco 1: Autobús: $\frac{3}{7} \cdot 840 = 360$ alumnos. Andando: $\frac{1}{4} \cdot 840 = 210$ alumnos.

Hueco 2: $840 - 360 - 210 = 270$ alumnos en bici. (O bien: $1 - \frac{3}{7} - \frac{1}{4} = \frac{28-12-7}{28} = \frac{9}{28}$, y $\frac{9}{28} \cdot 840 = 270$.)

Ficha 6 · El total a partir de una parte (ficha en la pág. 17)

Guiado 1

Hueco 1: $\frac{5}{8}$

Hueco 2: $\frac{5}{8}$

Hueco 3: 8

Hueco 4: 5

Hueco 5: 240

Guiado 2

Hueco 1: Quedan $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ del depósito: los 350 L son $\frac{5}{9}$ del total.

Hueco 2: Me piden el total: $\frac{5}{9}\,x = 350 \Rightarrow x = \dfrac{350 \cdot 9}{5} = 630$ L había al principio.

Hueco 3: $630 - 350 = 280$ L (o $\frac{4}{9} \cdot 630 = 280$).

Ficha 7 · Trabajar juntos: sumar velocidades (ficha en la pág. 20)

Guiado 1

Hueco 1: $\frac{1}{3}$

Hueco 2: $\frac{1}{2}$

Hueco 3: 3

Hueco 4: 2

Hueco 5: $\frac{1}{6}$

Hueco 6: 6

Guiado 2

Hueco 1: Primera: $\frac{1}{10}$ de pedido por hora; las dos juntas: $\frac{1}{6}$; la segunda: v_2, la incógnita.

Hueco 2: $\dfrac{1}{10} + v_2 = \dfrac{1}{6}$

Hueco 3: $v_2 = \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{10} = \dfrac{5}{30} - \dfrac{3}{30} = \dfrac{2}{30} = \dfrac{1}{15}$: la segunda máquina sola tardaría 15 horas.

Ficha 8 · Grifo y desagüe: una velocidad que resta (ficha en la pág. 23)

◑ Guiado 1

Hueco 1: 4

Hueco 2: 6

Hueco 3: 2

Hueco 4: 3

Hueco 5: $-\frac{1}{12}$

Hueco 6: $\frac{1}{12}$

Hueco 7: 12

◔ Guiado 2

Hueco 1: Conocemos $v_G = \frac{1}{5}$ y $v_D = \frac{1}{8}$; nos piden $v_{\text{juntos}} = v_G - v_D$.

Hueco 2: $v_{\text{juntos}} = \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{8} = \dfrac{8}{40} - \dfrac{5}{40} = \dfrac{3}{40}$ de depósito por hora.

Hueco 3: Tarda $\dfrac{40}{3} = 13{,}3$ horas (13 h 20 min) en llenarse.

Ficha 9 · La fracción de una fracción (ficha en la pág. 26)

◑ Guiado 1

Hueco 1: $\frac{1}{4}$

Hueco 2: $\frac{1}{4}$

Hueco 3: 24

Hueco 4: 18

Hueco 5: 24

◔ Guiado 2

Hueco 1: Después del trigo queda $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ de la finca. De ese resto, la viña es $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Hueco 2: Viña: $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$ de la finca.

Hueco 3: $\frac{9}{20}\,x = 18 \Rightarrow x = \dfrac{18 \cdot 20}{9} = 40$ hectáreas.

Ficha 10 · Exponente negativo, exponente cero y signos (ficha en la pág. 29)

◑ Guiado 1

Hueco 1: 2^3

Hueco 2: $\frac{1}{8}$

Hueco 3: 9

Hueco 4: -9

Hueco 5: $\frac{7}{2}$

Hueco 6: 1

Guiado 2

Hueco 1: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$

Hueco 2: $-2^4 = -16$ (sin paréntesis, el menos queda fuera) y $(-2)^4 = 16$: $-16 + 16 = 0$

Hueco 3: $5^0 - 5^{-1} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$; $(-1)^7 \cdot 2^{-1} = (-1) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ (exponente impar: el signo se mantiene)

Ficha 11 · Propiedades de las potencias con números (ficha en la pág. 32)

Guiado 1

Hueco 1: 3

Hueco 2: 2

Hueco 3: 8

Hueco 4: 3

Hueco 5: 6

Hueco 6: $6 - 3 - 6 = -3$

Hueco 7: $\frac{1}{8}$

Guiado 2

Hueco 1: $\dfrac{(5^2)^3 \cdot 5^{-2}}{(5^3)^2} = \dfrac{5^6 \cdot 5^{-2}}{5^6} = 5^{6-2-6} = 5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$

Hueco 2: $\dfrac{(2^2 \cdot 3)^2 \cdot 3^{-1}}{2 \cdot 3^2 \cdot 2^3} = \dfrac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 3^{-1}}{2^4 \cdot 3^2}$

Hueco 3: Base 2: $2^{4-4} = 2^0 = 1$. Base 3: $3^{2-1-2} = 3^{-1}$. Resultado: $\dfrac{1}{3}$

Ficha 12 · Propiedades de las potencias con letras (ficha en la pág. 35)

Guiado 1

Hueco 1: a

Hueco 2: 1

Hueco 3: 2

Hueco 4: 1

Hueco 5: 1

Hueco 6: $a^2\, b$

Guiado 2

Hueco 1: $\dfrac{x^{-2}\, y^3 \cdot x^{-4}}{x^3\, y^{-1} \cdot y^5}$

Hueco 2: $x^{-2-4-3} = x^{-9}$; $y^{3-(-1)-5} = y^{3+1-5} = y^{-1}$

Hueco 3: $x^{-9}\, y^{-1} = \dfrac{1}{x^9\, y}$

Ficha 13 · Escribir números en notación científica (ficha en la pág. 38)

Guiado 1

Hueco 1: 7

Hueco 2: 3,8

Hueco 3: -4

Hueco 4: 21 000

Guiado 2

Hueco 1: $149\,600\,000 = 1{,}496 \cdot 10^8$ km

Hueco 2: Movemos la coma 6 lugares a la derecha: $0{,}000\,007\,5 = 7{,}5 \cdot 10^{-6}$ m

Hueco 3: $3{,}05 \cdot 10^{-6} = 0{,}000\,003\,05$

Ficha 14 · Multiplicar y dividir en notación científica (ficha en la pág. 41)

Guiado 1

Hueco 1: 15

Hueco 2: 7

Hueco 3: 4

Hueco 4: $3 \cdot 10^{-6}$

Guiado 2

Hueco 1: $(4 \cdot 5{,}5) \cdot 10^{-3+(-6)} = 22 \cdot 10^{-9} = 2{,}2 \cdot 10^{-8}$

Hueco 2: $\frac{1{,}2}{4} \cdot 10^{5-(-3)} = 0{,}3 \cdot 10^8 = 3 \cdot 10^7$ (de 0,3 a 3 hemos multiplicado por 10, así que la potencia se divide entre 10)

Ficha 15 · Sumar y restar en notación científica (ficha en la pág. 44)

Guiado 1

Hueco 1: $4{,}2 \cdot 10^4$

Hueco 2: 0,4

Hueco 3: 0,4

Hueco 4: $2{,}9 \cdot 10^7$

Guiado 2

Hueco 1: 10^{-3} es mayor que 10^{-4}: $5 \cdot 10^{-4} = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$. $(7{,}5 + 0{,}5) \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3}$

Hueco 2: $8 \cdot 10^3 = 0{,}08 \cdot 10^5$. $(1{,}2 - 0{,}08) \cdot 10^5 = 1{,}12 \cdot 10^5$

Ficha 16 · Extraer factores de un radical (ficha en la pág. 48)

Guiado 1

Hueco 1: 3

Hueco 2: $3 \cdot 2$

Hueco 3: 9

Hueco 4: 2
Hueco 5: 5
Hueco 6: 10

Guiado 2

Hueco 1: $72 = 2^3 \cdot 3^2$
Hueco 2: $\sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
Hueco 3: $3^7 = 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3$ (salen dos treses) y $2^5 = 2^3 \cdot 2^2$ (sale un dos): $\sqrt[3]{3^7 \cdot 2^5} = 3 \cdot 3 \cdot 2\sqrt[3]{3 \cdot 2^2} = 18\sqrt[3]{12}$

Ficha 17 · Introducir factores en un radical (ficha en la pág. 51)

Guiado 1

Hueco 1: 2
Hueco 2: 18
Hueco 3: 2
Hueco 4: 4
Hueco 5: 3

Guiado 2

Hueco 1: Raíz cúbica: los factores entran al cubo. $\sqrt[3]{2^3 \cdot (3^2)^3 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^7}$
Hueco 2: $\sqrt{(a^2)^2 \cdot b^2 \cdot a\, b^3} = \sqrt{a^5\, b^5}$

Ficha 18 · Sumar, multiplicar y dividir radicales (ficha en la pág. 53)

Guiado 1

Hueco 1: 1
Hueco 2: $6\sqrt{5}$
Hueco 3: $-1 + 3$
Hueco 4: $3\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$
Hueco 5: 18
Hueco 6: $3\sqrt{2}$

Guiado 2

Hueco 1: $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3};\ \sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$
Hueco 2: $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
Hueco 3: $\sqrt{\dfrac{50 \cdot 2}{5}} = \sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$

Ficha 19 · Multiplicar radicales de distinto índice (ficha en la pág. 56)

Guiado 1

Hueco 1: 6
Hueco 2: 3
Hueco 3: 2

Hueco 4: 72
Hueco 5: 12
Hueco 6: 2
Hueco 7: 5

Guiado 2

Hueco 1: $\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2}$; m.c.m.(3, 2) = 6: $\sqrt[6]{2^4 \cdot 2^3} = \sqrt[6]{2^7} = 2\sqrt[6]{2}$
Hueco 2: m.c.m.(2, 3) = 6: $\sqrt[6]{a^9 \cdot a^4} = \sqrt[6]{a^{13}} = a^2\sqrt[6]{a}$

Ficha 20 · Racionalizar: un radical en el denominador (ficha en la pág. 59)

Guiado 1

Hueco 1: $\sqrt{3}$
Hueco 2: 3
Hueco 3: $2\sqrt{3}$
Hueco 4: 2
Hueco 5: 25

Guiado 2

Hueco 1: $\dfrac{10\sqrt{5}}{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{10\sqrt{5}}{3 \cdot 5} = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$

Hueco 2: Falta 2^1: $\dfrac{4\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[4]{2}} = \dfrac{4\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^4}} = \dfrac{4\sqrt[4]{2}}{2} = 2\sqrt[4]{2}$

Ficha 21 · Racionalizar multiplicando por el conjugado (ficha en la pág. 62)

Guiado 1

Hueco 1: $\sqrt{5} + 1$
Hueco 2: 4
Hueco 3: $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

Guiado 2

Hueco 1: Conjugado: $\sqrt{6} - \sqrt{2}$. Abajo: $(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2 = 6 - 2 = 4$.
Hueco 2: $\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) = \sqrt{12} - 2 = 2\sqrt{3} - 2$
Hueco 3: $\dfrac{2\sqrt{3}-2}{4} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

Ficha 22 · Regla de tres simple directa (ficha en la pág. 66)

Guiado 1

Hueco 1: más
Hueco 2: directa
Hueco 3: 350
Hueco 4: 21

Guiado 2

Hueco 1: Un cuarto de hora son 15 min. Directa: 3 min $\rightarrow$ 45 páginas; 15 min $\rightarrow x$. $x = \dfrac{15 \cdot 45}{3} = 225$ páginas.

Hueco 2: 45 páginas $\rightarrow$ 3 min; 120 páginas $\rightarrow x$. $x = \dfrac{120 \cdot 3}{45} = 8$ minutos.

Ficha 23 · Regla de tres simple inversa (ficha en la pág. 69)

Guiado 1

Hueco 1: menos

Hueco 2: inversa

Hueco 3: 3

Hueco 4: 120

Hueco 5: 2

Guiado 2

Hueco 1: Quedan $24 - 6 = 18$ vacas. Menos vacas, más días: inversa.

Hueco 2: $x = \dfrac{24 \cdot 45}{18} = 60$ días. Con fracciones: $\dfrac{24}{18} = \dfrac{x}{45} \Rightarrow x = \dfrac{45 \cdot 24}{18} = 60$.

Ficha 24 · Regla de tres compuesta: directa e inversa (ficha en la pág. 72)

Guiado 1

Hueco 1: directa

Hueco 2: directa

Hueco 3: 3

Hueco 4: 6

Hueco 5: 30

Hueco 6: 1500

Guiado 2

Hueco 1: pintores: 6 y 4; horas/día: 8 y 6; días: 10 y x. Pintores y días: inversa (menos pintores, más días). Horas y días: inversa (menos horas al día, más días).

Hueco 2: $\dfrac{10}{x} = \dfrac{4}{6} \cdot \dfrac{6}{8} = \dfrac{24}{48} \Rightarrow x = \dfrac{10 \cdot 48}{24} = 20$ días.

Ficha 25 · Regla de tres compuesta mixta (ficha en la pág. 75)

Guiado 1

Hueco 1: inversa

Hueco 2: inversa

Hueco 3: directa

Hueco 4: 8

Hueco 5: 6

Hueco 6: 5 (las tres fracciones multiplicadas dan $\frac{19\,200}{19\,200} = 1$, así que $\frac{5}{x} = 1$)

Guiado 2

Hueco 1: imprentas: 3 y 4; libros: 9000 y 12 000; días: 6 y 5; horas diarias: 10 y x.

Hueco 2: Imprentas: más imprentas, menos horas (inversa). Libros: más libros, más horas (directa). Días: más días, menos horas cada día (inversa).

Hueco 3: $\frac{10}{x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{9000}{12\,000} \cdot \frac{5}{6} = \frac{180\,000}{216\,000} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 216\,000}{180\,000} = 12$ horas diarias.

Ficha 26 · El porcentaje de una cantidad (ficha en la pág. 78)

Guiado 1

Hueco 1: 0,30 (o $\frac{30}{100}$)

Hueco 2: 72

Hueco 3: 0,04

Hueco 4: 50

Guiado 2

Hueco 1: $0{,}35 \cdot 880 = 308$ alumnos

Hueco 2: $0{,}075 \cdot 880 = 66$ alumnos

Ficha 27 · El total y el tanto por ciento (ficha en la pág. 81)

Guiado 1

Hueco 1: 100

Hueco 2: 240

Hueco 3: 320

Hueco 4: 15

Guiado 2

Hueco 1: $84\,\% \to 21$; $100\,\% \to x$: $x = \frac{21 \cdot 100}{84} = 25$ alumnos

Hueco 2: $100\,\% - 84\,\% = 16\,\%$ (o bien: suspenden $25 - 21 = 4$, y $\frac{4 \cdot 100}{25} = 16\,\%$)

Ficha 28 · Descuentos porcentuales inversos (ficha en la pág. 84)

Guiado 1

Hueco 1: 80 %

Hueco 2: 80

Hueco 3: 70

Guiado 2

Hueco 1: $350 \to 100\,\%$; $294 \to x$: $x = \frac{294 \cdot 100}{350} = 84\,\%$ (es lo que se paga)

Hueco 2: $100\,\% - 84\,\% = 16\,\%$ de descuento

Ficha 29 · Aumentos porcentuales inversos (ficha en la pág. 87)

Guiado 1

Hueco 1: 108 %

Hueco 2: 108

Hueco 3: 40

Guiado 2

Hueco 1: $3200 \longrightarrow 100\,\%$; $3680 \longrightarrow x$: $x = \dfrac{3680 \cdot 100}{3200} = 115\,\%$

Hueco 2: $115\,\% - 100\,\% = 15\,\%$ de aumento

Ficha 30 · El mínimo común múltiplo de polinomios (ficha en la pág. 91)

Guiado 1

Hueco 1: 2

Hueco 2: $x + 2$

Hueco 3: 2

Hueco 4: -1

Hueco 5: $x + 1$

Hueco 6: $(x - 2)(x + 2)(x + 1)$

Guiado 2

Hueco 1: $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ (raíz doble $x = 1$); $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$; $3x + 3 = 3(x + 1)$

Hueco 2: $(x - 1)$ tiene exponente 2 en el primero y 1 en el segundo: se coge $(x - 1)^2$. m.c.m. $= 3(x - 1)^2(x + 1)$

Ficha 31 · Simplificar fracciones algebraicas (ficha en la pág. 94)

Guiado 1

Hueco 1: $x + 3$

Hueco 2: 2

Hueco 3: -3

Hueco 4: $\dfrac{x - 3}{x - 2}$

Guiado 2

Hueco 1: $x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x - 2)(x + 2)$

Hueco 2: $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ (raíz doble $x = -2$)

Hueco 3: $\dfrac{x(x - 2)(x + 2)}{(x + 2)^2} = \dfrac{x(x - 2)}{x + 2}$

Ficha 32 · Sumar fracciones algebraicas (ficha en la pág. 97)

◑ Guiado 1

Hueco 1: $x(x+2)$

Hueco 2: $x+2$

Hueco 3: x (o $\cdot x$)

Hueco 4: $\dfrac{5x+6}{x(x+2)}$

◔ Guiado 2

Hueco 1: $x^2-9=(x-3)(x+3)$; m.c.m. $=(x-3)(x+3)$

Hueco 2: $\dfrac{x(x+3)-18}{(x-3)(x+3)}=\dfrac{x^2+3x-18}{(x-3)(x+3)}$

Hueco 3: $x^2+3x-18=(x+6)(x-3)$ (raíces 3 y -6): $\dfrac{(x+6)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\dfrac{x+6}{x+3}$

Examen tipo 1 · Soluciones (examen en la pág. 100)

Problema 1 (2,5 puntos)

a) En un **periódico puro** las cifras que se repiten (el periodo) empiezan justo después de la coma: $0,\overline{3}=0,333\ldots$ En un **periódico mixto** hay una o varias cifras entre la coma y el periodo que no se repiten (el anteperiodo): $0,1\overline{6}=0,1666\ldots$ Por eso, en la fracción generatriz del mixto, además de los nueves del periodo, el denominador lleva un cero por cada cifra del anteperiodo.

b) i) $2,1\overline{6}=\dfrac{216-21}{90}=\dfrac{195}{90}=\dfrac{13}{6}$; $\quad 0,\overline{6}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{6}$. $\quad \dfrac{13}{6}-\dfrac{4}{6}=\dfrac{9}{6}=\dfrac{3}{2}$.

b) ii) Tras el alquiler queda $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$. La comida es $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$: $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$ del sueldo. Ahorra $1-\frac{1}{4}-\frac{3}{10}=\frac{20-5-6}{20}=\frac{9}{20}$ del sueldo, que son 540 €: $\frac{9}{20}x=540\Rightarrow x=\dfrac{540\cdot 20}{9}=1200$ €.

Problema 2 (2,5 puntos)

a) En $(-2)^4$ el exponente afecta al paréntesis, con el signo: $(-2)(-2)(-2)(-2)=16$. En -2^4 el exponente solo afecta al 2 y el menos queda fuera: $-(2^4)=-16$. Un exponente negativo indica que la potencia está en el otro lado de la fracción: $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$; por ejemplo, $3^{-2}=\frac{1}{9}$.

b) i) Descomponemos: $12^2=(2^2\cdot 3)^2=2^4\cdot 3^2$, $18=2\cdot 3^2$, $4^2=2^4$.

$$\frac{2^4\cdot 3^2\cdot 3^{-3}\cdot 2}{2\cdot 3^2\cdot 2^4}=2^{4+1-1-4}\cdot 3^{2-3-2}=2^0\cdot 3^{-3}=\frac{1}{27}$$

b) ii) $\dfrac{5{,}97\cdot 10^{24}}{7{,}35\cdot 10^{22}}=0{,}812\cdot 10^2=81{,}2$ veces. Suma: $7{,}35\cdot 10^{22}=0{,}0735\cdot 10^{24}$; $(5{,}97+0{,}0735)\cdot 10^{24}=6{,}04\cdot 10^{24}$ kg.

Problema 3 (2,5 puntos)

a) Racionalizar es transformar una fracción con raíces en el denominador en otra equivalente sin raíces abajo, multiplicando numerador y denominador por lo mismo. Si abajo hay $\sqrt{b}+c$, se multiplica por el conjugado $\sqrt{b}-c$ porque así queda una suma por diferencia, que es diferencia de cuadrados: $(\sqrt{b}+c)(\sqrt{b}-c)=b-c^2$, y la raíz desaparece.

b) i) $2\sqrt{12}=2\cdot 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$; $\sqrt{75}=5\sqrt{3}$; $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$. $4\sqrt{3}-5\sqrt{3}+3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

b) ii) $\dfrac{6\,(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}=\dfrac{6\,(3+\sqrt{3})}{9-3}=\dfrac{6\,(3+\sqrt{3})}{6}=3+\sqrt{3}$.

Problema 4 (2,5 puntos)

a) Son **directamente proporcionales** si al multiplicar una por un número la otra queda multiplicada por el mismo número (kilos de fruta y precio). Son **inversamente proporcionales** si al multiplicar una por un número la otra queda dividida entre ese número (número de obreros y días que tardan).

b) i) Tras subir un 20 % el precio es el 120 % del inicial; tras bajar un 20 % queda el 80 % de eso: $1{,}2\cdot 0{,}8=0{,}96$, el 96 % del precio inicial. $x=\dfrac{48\cdot 100}{96}=50\,€$.

b) ii) Tabla: grifos 6 y 4; volumen 120 y 96; horas 10 y x. Grifos y horas: inversa (menos grifos, más horas). Volumen y horas: directa.

$$\frac{10}{x}=\frac{4}{6}\cdot\frac{120}{96}=\frac{480}{576}\quad\Rightarrow\quad x=\frac{10\cdot 576}{480}=12\text{ horas}$$

Examen tipo 2 · Soluciones (examen en la pág. 102)

Problema 1 (2,5 puntos)

a) Se descomponen los números en factores primos. El **m.c.d.** se forma con los factores **comunes** elevados al **menor** exponente: es el mayor número que divide a los dos. El **m.c.m.** se forma con los factores **comunes y no comunes** elevados al **mayor** exponente: es el menor número que es múltiplo de los dos.

b) i) $84=2^2\cdot 3\cdot 7$ y $126=2\cdot 3^2\cdot 7$. m.c.d. $=2\cdot 3\cdot 7=42$. Haremos 42 cestas, cada una con $84:42=2$ naranjas y $126:42=3$ manzanas.

b) ii) Velocidades (depósitos por hora): A, $\frac{1}{3}$; B, $\frac{1}{6}$; desagüe, $\frac{1}{4}$, que resta.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{4}=\frac{4+2-3}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

Se llena un depósito cada 4 horas: tarda 4 horas.

Problema 2 (2,5 puntos)

a) Un número está en notación científica si se escribe como $a \cdot 10^n$ con una sola cifra entera distinta de cero en a ($1 \leq a < 10$). $0{,}45 \cdot 10^{-3}$ no lo está, porque $0{,}45 < 1$. Pasar de 0,45 a 4,5 es multiplicar por 10, así que la potencia se divide entre 10: $4{,}5 \cdot 10^{-4}$.

b) i) Numerador: $(3{,}2 \cdot 5) \cdot 10^{-4+7} = 16 \cdot 10^3$. Dividimos: $\frac{16}{8} \cdot 10^{3-2} = 2 \cdot 10^1$ (es decir, 20).

b) ii) $(a^3b^{-2})^2 = a^6b^{-4}$ y $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$.

$$\frac{a^6b^{-4}a^{-1}b^{-1}}{a^2b^{-3}} = a^{6-1-2}\,b^{-4-1+3} = a^3b^{-2} = \frac{a^3}{b^2}$$

Problema 3 (2,5 puntos)

a) La raíz de un producto es el producto de las raíces, $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$, pero no hay ninguna propiedad así para la suma: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$ (por ejemplo, $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$, mientras que $\sqrt{25} = 5$). Solo se pueden sumar radicales semejantes, como $2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

b) i) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4}$. Índice común: m.c.m.(3, 2) = 6.

$$\sqrt[6]{2^8} \cdot \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{2^{11}} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 2^5} = 2\sqrt[6]{32}$$

b) ii) $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2}$: falta un 2 para llegar al cubo. $\dfrac{10\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2}} = \dfrac{10\sqrt[3]{2}}{2} = 5\sqrt[3]{2}$.

Problema 4 (2,5 puntos)

a) Si r es una raíz de $P(x)$ (es decir, $P(r) = 0$), entonces $(x - r)$ es un factor de $P(x)$. Un polinomio de segundo grado con raíces r_1 y r_2 se factoriza como $a(x - r_1)(x - r_2)$. Por ejemplo, $x^2 - 5x + 6$ tiene raíces 2 y 3: $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$.

b) i) $\dfrac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{x-3}{x+2}$.

b) ii) m.c.m. $= (x - 2)(x + 2)$.

$$\frac{2(x+2)-8}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-4}{(x-2)(x+2)} = \frac{2(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2}{x+2}.$$