Ecuaciones, sistemas e inecuaciones

Solucionario

Respuestas de los huecos de los ejercicios guiados

TodoSobresaliente

Solucionario

Respuestas de todos los huecos de los ejercicios guiados, en el mismo orden que el libro. Cada ficha indica la página donde está su enunciado.

Ficha 1 · Ecuaciones de primer grado con paréntesis y fracciones

(ficha en la pág. 2)

◑ Guiado 1

Hueco 1: 6

Hueco 2: 2

Hueco 3: 4

Hueco 4: 4

Hueco 5: 5

◔ Guiado 2

Hueco 1: $\dfrac{3x-6}{4} - \dfrac{2x+1}{6} = x - \dfrac{7}{3} \Rightarrow \dfrac{3(3x-6)}{12} - \dfrac{2(2x+1)}{12} = \dfrac{12x}{12} - \dfrac{28}{12}$

Hueco 2: $9x - 18 - 4x - 2 = 12x - 28$

Hueco 3: $9x - 4x - 12x = -28 + 18 + 2 \Rightarrow -7x = -8 \Rightarrow x = \dfrac{8}{7}$

Ficha 2 · Del enunciado a la ecuación: lenguaje algebraico (ficha en la pág. 5)

◑ Guiado 1

Hueco 1: $\dfrac{x}{3}$

Hueco 2: 144

Hueco 3: 36

Hueco 4: 12

◔ Guiado 2

Hueco 1: x, $x+1$ y $x+2$

Hueco 2: $x + (x+1) + (x+2) = 93 \Rightarrow 3x + 3 = 93 \Rightarrow 3x = 90 \Rightarrow x = 30$

Hueco 3: 30, 31 y 32. $30 + 31 + 32 = 93$.

Ficha 3 · Ecuaciones de segundo grado incompletas (ficha en la pág. 8)

Guiado 1

Hueco 1: 9

Hueco 2: 3

Hueco 3: $x - 5$

Hueco 4: 5

Guiado 2

Hueco 1: $5x^2 = -20 \Rightarrow x^2 = -4$. No hay ningún número real que al cuadrado dé -4: no tiene solución real.

Hueco 2: $4x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(4x - 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = \dfrac{9}{4}$

Hueco 3: $\dfrac{x^2}{2} = 8 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

Ficha 4 · Ecuación completa: la fórmula (ficha en la pág. 11)

Guiado 1

Hueco 1: -5

Hueco 2: 6

Hueco 3: 24

Hueco 4: 1

Hueco 5: 3

Hueco 6: 2

Guiado 2

Hueco 1: $x^2 + 2x = 6x + 12 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$

Hueco 2: $a = 1,\ b = -4,\ c = -12$: $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \dfrac{4 \pm 8}{2}$

Hueco 3: $x_1 = 6,\ x_2 = -2$

Ficha 5 · Solución doble y ecuaciones sin solución (ficha en la pág. 14)

Guiado 1

Hueco 1: 36

Hueco 2: 0

Hueco 3: 3

Hueco 4: $x - 3$

Guiado 2

Hueco 1: $x^2 + 2x + 2 = 0$: $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2}$. La raíz de un número negativo no es real: no tiene solución real.

Hueco 2: $4x^2 - 4x + 1 = 0$: $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} = \dfrac{1}{2}$ (solución doble).

Ficha 6 · Ecuaciones bicuadradas: cambio de variable (ficha en la pág. 17)

◑ Guiado 1

Hueco 1: 16

Hueco 2: 4

Hueco 3: 1

Hueco 4: ± 2

Hueco 5: ± 1

◔ Guiado 2

Hueco 1: $z^2 - 3z - 4 = 0 \Rightarrow z = \dfrac{3 \pm 5}{2}$: $z_1 = 4$, $z_2 = -1$. $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$; $x^2 = -1$ no tiene solución real. Solo dos soluciones reales: ± 2.

Hueco 2: $z^2 + 5z + 6 = 0 \Rightarrow z = -2, z = -3$. Las dos son negativas: $x^2 = -2$ y $x^2 = -3$ no tienen solución real. La ecuación no tiene soluciones reales.

Ficha 7 · Ecuaciones de grado 3 y 4 por Ruffini (ficha en la pág. 20)

◑ Guiado 1

Hueco 1: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

Hueco 2: -1

Hueco 3: -6

Hueco 4: 3

Hueco 5: -2

Hueco 6: $(x - 3)(x + 2)$

◔ Guiado 2

Hueco 1: Con -1: coeficientes $1, -2, -3, 4, 4 \to 1, -3, 0, 4 \mid 0$. $x_1 = -1$; queda $x^3 - 3x^2 + 4$.

Hueco 2: Otra vez -1: $1, -3, 0, 4 \to 1, -4, 4 \mid 0$. $x_2 = -1$; queda $x^2 - 4x + 4$.

Hueco 3: $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{4 \pm 0}{2} = 2$ (doble). Soluciones: $-1, -1, 2, 2$. $(x + 1)^2(x - 2)^2$

Ficha 8 · Si falta el término independiente: factor común (ficha en la pág. 23)

◑ Guiado 1

Hueco 1: $x^2 - 9$

Hueco 2: 0

Hueco 3: ± 3

Guiado 2

Hueco 1: $2x^3$: $2x^3\,(x^2 - x - 2) = 0$

Hueco 2: $x = 0$ (triple, por el x^3). $x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{1 \pm 3}{2}$: $x = 2$, $x = -1$.

Hueco 3: $2x^3\,(x - 2)(x + 1)$

Ficha 9 · Ecuaciones con la x en el denominador (ficha en la pág. 26)

Guiado 1

Hueco 1: x

Hueco 2: $5x$

Hueco 3: 2

Hueco 4: $\frac{1}{2}$

Hueco 5: No: las dos son válidas.

Guiado 2

Hueco 1: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$; m.c.m. $= (x - 3)(x + 3)$

Hueco 2: $x(x+3)-3(x-3) = 18 \Rightarrow x^2+3x-3x+9 = 18 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

Hueco 3: $x = 3$ anula $x-3$ y $x = -3$ anula $x+3$: ninguna vale. La ecuación no tiene solución.

Ficha 10 · Ecuaciones con una raíz (ficha en la pág. 29)

Guiado 1

Hueco 1: $2x$

Hueco 2: 6

Hueco 3: 2

Hueco 4: -3

Hueco 5: $x = 2$

Guiado 2

Hueco 1: $x - 1 = \sqrt{25 - x^2} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 25 - x^2$

Hueco 2: $2x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4$, $x = -3$

Hueco 3: $x = 4$: $4 - \sqrt{9} = 1$ ✓. $x = -3$: $-3 - \sqrt{16} = -7 \neq 1$, falsa. Solución: $x = 4$.

Ficha 11 · Ecuaciones con dos raíces (ficha en la pág. 32)

Guiado 1

Hueco 1: $2\sqrt{x}$

Hueco 2: 2

Hueco 3: 4

Hueco 4: $3 - 2 = 1$

Guiado 2

Hueco 1: $\sqrt{2x+3} = 1+\sqrt{x+1} \Rightarrow 2x+3 = 1+(x+1)+2\sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 = 2\sqrt{x+1}$

Hueco 2: $(x+1)^2 = 4(x+1) \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3,\ x = -1$

Hueco 3: $x = 3$: $\sqrt{9} - \sqrt{4} = 1$ ✓. $x = -1$: $\sqrt{1} - \sqrt{0} = 1$ ✓. Las dos son válidas.

Ficha 12 · Ecuaciones con valor absoluto (ficha en la pág. 35)

Guiado 1

Hueco 1: 2

Hueco 2: -5

Hueco 3: -8

Hueco 4: 5

Guiado 2

Hueco 1: $2x-1 = x+4 \Rightarrow x = 5$; $\quad 2x-1 = -x-4 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$

Hueco 2: $x = 5$: $|9| = 9 = 5+4$ ✓. $x = -1$: $|-3| = 3 = -1+4$ ✓. Las dos son válidas.

Ficha 13 · Problemas de obreros y grifos con ecuaciones (ficha en la pág. 37)

Guiado 1

Hueco 1: 1,5

Hueco 2: $\frac{2}{3}$

Hueco 3: 3

Hueco 4: 1

Hueco 5: una hora

Guiado 2

Hueco 1: En 4 horas, entre las dos hacen el pedido: $\frac{4}{12} + \frac{4}{x} = 1$

Hueco 2: $\frac{4}{x} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$

Hueco 3: La impresora rápida, sola, tardaría 6 horas.

Ficha 14 · Ecuaciones exponenciales: potencias de igual base (ficha en la pág. 40)

Guiado 1

Hueco 1: 3

Hueco 2: 5

Hueco 3: -2

Hueco 4: -1

Guiado 2

Hueco 1: $3^x \cdot 3 + 3^x = 108 \Rightarrow 3^x\,(3+1) = 108$

Hueco 2: $3^x = \dfrac{108}{4} = 27$

Hueco 3: $3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$

Ficha 15 · Qué es un logaritmo: calcular logaritmos (ficha en la pág. 43)

Guiado 1

Hueco 1: 4

Hueco 2: 4

Hueco 3: -2

Hueco 4: -2

Hueco 5: -3

Hueco 6: -3

Guiado 2

Hueco 1: $\left(3^{1/2}\right)^x = 3^2 \Rightarrow \dfrac{x}{2} = 2 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}} 9 = 4$

Hueco 2: $\dfrac{1}{32} = 2^{-5}\colon\ \log_2 \dfrac{1}{32} = -5$

Hueco 3: $\left(2^2\right)^x = 2^3 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow \log_4 8 = \dfrac{3}{2}$

Ficha 16 · Logaritmos: calcular la base o el número (ficha en la pág. 46)

Guiado 1

Hueco 1: 5

Hueco 2: 5

Hueco 3: $\frac{1}{9}$

Hueco 4: $\frac{1}{2}$

Guiado 2

Hueco 1: $a^{3/2} = 2^3 = \left(2^2\right)^{3/2} = 4^{3/2} \Rightarrow a = 4$

Hueco 2: $y = \left(\sqrt{2}\right)^4 = 2^{4/2} = 2^2 = 4$

Hueco 3: $a^3 = \dfrac{1}{27} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow a = \dfrac{1}{3}$

Ficha 17 · Propiedades de los logaritmos (ficha en la pág. 49)

Guiado 1

Hueco 1: 3

Hueco 2: 10

Hueco 3: 2

Hueco 4: 100
Hueco 5: 2

Guiado 2

Hueco 1: $\log 6 = \log 2 + \log 3 \approx 0{,}778;\ \log 1{,}5 = \log 3 - \log 2 \approx 0{,}176$

Hueco 2: $\log 8 = 3\log 2 \approx 0{,}903;\ \log_2 3 = \dfrac{\log 3}{\log 2} \approx \dfrac{0{,}477}{0{,}301} \approx 1{,}58$

Ficha 18 · Ecuaciones logarítmicas (ficha en la pág. 52)

Guiado 1

Hueco 1: 2
Hueco 2: 4
Hueco 3: 7
Hueco 4: 14

Guiado 2

Hueco 1: $\log x^2 - \log(x-2) = \log \dfrac{x^2}{x-2}$, así que $\log \dfrac{x^2}{x-2} = \log 8$
Hueco 2: $x^2 = 8(x-2) \Rightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow x = 4$ (doble)
Hueco 3: $x = 4$: $\log 4$ y $\log 2$ existen. Válida.

Ficha 19 · Ecuaciones logarítmicas: dos trucos (ficha en la pág. 55)

Guiado 1

Hueco 1: 2
Hueco 2: 1
Hueco 3: 10

Guiado 2

Hueco 1: $\log(2x^2+1) = 2\log(x+1) = \log(x+1)^2 \Rightarrow 2x^2+1 = x^2+2x+1$
Hueco 2: $x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = 2$
Hueco 3: $x = 0$: $\log(0+1) = \log 1 = 0$ en el denominador: no se puede dividir entre 0, no vale. $x = 2$: $\dfrac{\log 9}{\log 3} = \dfrac{2\log 3}{\log 3} = 2$ ✓. Solución: $x = 2$.

Ficha 20 · Sistemas 2×2: sustitución e igualación (ficha en la pág. 58)

Guiado 1

Hueco 1: $6y - y$ (es decir, $7y$)
Hueco 2: -14
Hueco 3: 2
Hueco 4: 2
Hueco 5: 3

Guiado 2

Hueco 1: $y = 2x - 1$ y $y = \dfrac{17 - 4x}{3}$

Hueco 2: $2x - 1 = \dfrac{17 - 4x}{3} \Rightarrow 6x - 3 = 17 - 4x \Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow x = 2$

Hueco 3: $y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$

Ficha 21 · Sistemas 2×2: reducción (ficha en la pág. 61)

Guiado 1

Hueco 1: 8

Hueco 2: 2

Hueco 3: 6

Hueco 4: 3

Guiado 2

Hueco 1: m.c.m.(4, 6) = 12: la primera por 3 y la segunda por −2: $12x + 9y = 15$ y $-12x - 10y = -14$

Hueco 2: Sumando: $-y = 1 \Rightarrow y = -1$

Hueco 3: $4x - 3 = 5 \Rightarrow x = 2$

Ficha 22 · Sistemas 3×3: método de Gauss (ficha en la pág. 64)

Guiado 1

Hueco 1: −9

Hueco 2: $2z$

Hueco 3: −21

Hueco 4: 3

Hueco 5: 2

Hueco 6: 1

Guiado 2

Hueco 1: E_1: $x - y + 2z = 5$; E_2: $2x + y - z = 3$; E_3: $3x + 2y + z = 10$. $-2E_1 + E_2$: $3y - 5z = -7$. $-3E_1 + E_3$: $5y - 5z = -5$.

Hueco 2: Restando las dos nuevas (la tercera menos la segunda): $2y = 2 \Rightarrow y = 1$; o, en escalera: $-5E'_2 + 3E'_3$: $10z = 20$.

Hueco 3: $z = 2$, $y = 1$, $x - 1 + 4 = 5 \Rightarrow x = 2$

Ficha 23 · Intervalos: desigualdad, intervalo y recta (ficha en la pág. 68)

Guiado 1

Hueco 1: $[4, +\infty)$

Hueco 2: relleno (●)

Hueco 3: $[-2, 6)$

Hueco 4: relleno (●)

Hueco 5: hueco (○)

Hueco 6: $x < 0$

Guiado 2

Hueco 1: $-1 < x \leq 7;\ (-1, 7]$

Hueco 2: b) $x < 2;\ (-\infty, 2)$. c) $x \geq -\frac{1}{2};\ \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$

Hueco 3: Punto hueco en -1, punto relleno en 7 y pintado el segmento entre los dos.

Ficha 24 · Inecuaciones de primer grado: el cambio de signo (ficha en la pág. 71)

Guiado 1

Hueco 1: 4

Hueco 2: $[4, +\infty)$

Hueco 3: 6

Hueco 4: $<$

Hueco 5: $(-\infty, -2)$

Guiado 2

Hueco 1: $-2x - 3x \leq 20 - 5 \Rightarrow -5x \leq 15 \Rightarrow x \geq -3$ (se divide entre -5: cambia el signo). $[-3, +\infty)$

Hueco 2: $-x > 8 \Rightarrow x < -8$ (se multiplica por 4 y se divide entre -1). $(-\infty, -8)$

Ficha 25 · Inecuaciones con paréntesis y fracciones (ficha en la pág. 74)

Guiado 1

Hueco 1: 2

Hueco 2: 3

Hueco 3: $(-\infty, 3]$

Guiado 2

Hueco 1: $6(x - 1) - 3(2x + 3) > 4x \Rightarrow 6x - 6 - 6x - 9 > 4x$

Hueco 2: $-15 > 4x \Rightarrow x < -\dfrac{15}{4}$ (se divide entre 4, positivo: el signo no cambia). $\left(-\infty, -\frac{15}{4}\right)$

Ficha 26 · Sistemas de inecuaciones (ficha en la pág. 77)

Guiado 1

Hueco 1: 6

Hueco 2: 2

Hueco 3: $[2, 6)$

Guiado 2

Hueco 1: $-2x \leq -4 \Rightarrow x \geq 2$ (se divide entre -2: cambia el signo)

Hueco 2: $x - 3 < 6 \Rightarrow x < 9$

Hueco 3: $[2, 9)$, es decir, $2 \leq x < 9$

Ficha 27 · Inecuaciones de segundo grado: la tabla de signos

(ficha en la pág. 80)

Guiado 1

Hueco 1: 3

Hueco 2: -2

Hueco 3: $+$

Hueco 4: $-$

Hueco 5: $+$

Hueco 6: $(-2, 3)$

Guiado 2

Hueco 1: $x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16+20}}{-2} = \dfrac{-4 \pm 6}{-2}$: $x = -1$, $x = 5$. $-(x+1)(x-5) \geq 0$

Hueco 2: $(-\infty, -1)$: $-$; $(-1, 5)$: $+$; $(5, +\infty)$: $-$ (el -1 delante cambia los signos de $(x+1)(x-5)$)

Hueco 3: Nos piden ≥ 0: positivo o cero. Las raíces entran: $[-1, 5]$

Ficha 28 · Inecuaciones de segundo grado: raíz doble o sin raíces

(ficha en la pág. 83)

Guiado 1

Hueco 1: $x - 3$

Hueco 2: 3

Hueco 3: $x = 3$

Guiado 2

Hueco 1: $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-24}}{4}$: sin raíces reales. En $x = 0$ vale 3, positivo: es siempre positivo. Nunca es < 0: sin solución.

Hueco 2: $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4-20}}{-2}$: sin raíces. En $x = 0$ vale -5, negativo: es siempre negativo. Se cumple siempre: $\mathbb{R}$.

Ficha 29 · Inecuaciones racionales

(ficha en la pág. 85)

Guiado 1

Hueco 1: 1

Hueco 2: -4

Hueco 3: $+$

Hueco 4: $-$

Hueco 5: $+$

Hueco 6: $(-4, 1]$

Guiado 2

Hueco 1: $\dfrac{(x-2)(x+2)}{x} \geq 0$; raíces de arriba: -2 y 2; de abajo: 0

Hueco 2: $(-\infty, -2)$: $-$; $(-2, 0)$: $+$; $(0, 2)$: $-$; $(2, +\infty)$: $+$

Hueco 3: $[-2, 0) \cup [2, +\infty)$: -2 y 2 entran (anulan el numerador); el 0 no (anula el denominador).

Ficha 30 · Inecuaciones racionales comparadas con un número

(ficha en la pág. 88)

Guiado 1

Hueco 1: $-2x + 6$

Hueco 2: 3

Hueco 3: 2

Hueco 4: $(2, 3]$

Guiado 2

Hueco 1: $\dfrac{2x + 1 - (x + 3)}{x + 3} > 0 \Rightarrow \dfrac{x - 2}{x + 3} > 0$

Hueco 2: Raíces: 2 (arriba) y -3 (abajo). $(-\infty, -3)$: $+$; $(-3, 2)$: $-$; $(2, +\infty)$: $+$

Hueco 3: $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$

Ficha 31 · Inecuaciones con valor absoluto (ficha en la pág. 91)

Guiado 1

Hueco 1: -1

Hueco 2: 3

Hueco 3: 5

Hueco 4: $[3, 5]$

Guiado 2

Hueco 1: $-7 < 5 - 3x < 7 \Rightarrow -12 < -3x < 2$

Hueco 2: Entre -3, negativo: cambian las dos desigualdades. $4 > x > -\dfrac{2}{3}$, es decir, $-\dfrac{2}{3} < x < 4$

Hueco 3: $\left(-\dfrac{2}{3}, 4\right)$

Examen tipo 1 · Soluciones (examen en la pág. 94)

Problema 1 (2,5 puntos)

a) Para quitar la raíz se elevan al cuadrado los dos miembros. Ese paso puede introducir soluciones falsas: por ejemplo, de $x = 2$ sale $x^2 = 4$, que también tiene la solución $x = -2$. Por eso hay que sustituir cada solución en la ecuación inicial y quedarse solo con las que la cumplen.

b) i) Bicuadrada: $z = x^2$. $z^2 - 5z - 36 = 0 \Rightarrow z = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{2} = \dfrac{5 \pm 13}{2}$: $z = 9$ o $z = -4$. $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$; $x^2 = -4$ no tiene solución real. Soluciones: $x = 3$ y $x = -3$.

b) ii) $\sqrt{x+3} = x-3 \Rightarrow x+3 = x^2-6x+9 \Rightarrow x^2-7x+6=0 \Rightarrow x=6$ o $x=1$. Comprobación: $x=6$: $\sqrt{9}+3=6$ ✓; $x=1$: $\sqrt{4}+3=5\neq 1$, falsa. Solución: $x=6$.

Problema 2 (2,5 puntos)

a) $\log_a x = n$ significa que $a^n = x$: es el exponente al que hay que elevar la base para obtener x. Como la base es positiva, cualquier potencia suya es positiva: no hay ningún exponente n con $10^n = -10$. Por eso no existe el logaritmo de un número negativo (ni de 0).

b) i) $3^{x+1} = 3^x \cdot 3$ y $3^{x-1} = \dfrac{3^x}{3}$: $3^x\left(3+\dfrac{1}{3}\right) = 30 \Rightarrow 3^x \cdot \dfrac{10}{3} = 30 \Rightarrow 3^x = 9 = 3^2 \Rightarrow x = 2$.

b) ii) $\log[(x+2)(x-1)] = \log 4 \Rightarrow x^2+x-2=4 \Rightarrow x^2+x-6=0 \Rightarrow x=2$ o $x=-3$. Con $x=-3$, $x+2=-1<0$: no vale. Solución: $x=2$ ($\log 4 + \log 1 = \log 4$ ✓).

Problema 3 (2,5 puntos)

a) Un sistema escalonado tiene forma de escalera: la última ecuación tiene una incógnita, la anterior dos y la primera tres. Se resuelve de abajo arriba sustituyendo. El método de Gauss transforma cualquier sistema en uno escalonado eliminando incógnitas por reducción (multiplicando ecuaciones por números y sumándolas), en orden: primero la x de la 2.ª y la 3.ª ecuación, y después la y de la 3.ª.

b) i) $E_2 - E_1$: $-2y+z=-1$. $E_3 - 2E_1$: $-y-3z=-11$. Multiplicamos la última por -2 y sumamos con la anterior: $7z=21 \Rightarrow z=3$. $-2y+3=-1 \Rightarrow y=2$. $x+2+3=6 \Rightarrow x=1$.

b) ii) Aciertos a, fallos f: $a+f=20$ y $0{,}5a-0{,}25f=7$. Sustituyendo $f=20-a$: $0{,}5a-5+0{,}25a=7 \Rightarrow 0{,}75a=12 \Rightarrow a=16$. Acertó 16 y falló 4.

Problema 4 (2,5 puntos)

a) Multiplicar por un número negativo da la vuelta al orden de los números: $2<5$, pero $(-1)\cdot 2=-2$ es mayor que $(-1)\cdot 5=-5$, es decir, $-2>-5$. Si no se cambiara el sentido, la desigualdad dejaría de ser cierta.

b) i) Raíces: $x=\dfrac{2\pm 6}{2}$: 4 y -2. $(x-4)(x+2)\leq 0$. Signos: + en $(-\infty,-2)$, − en $(-2,4)$, + en $(4,+\infty)$. Con $\leq$ las raíces entran: $[-2,4]$.

b) ii) $3x>6 \Rightarrow x>2$; $x\leq 8$. Se solapan entre 2 (sin incluir) y 8 (incluido): $(2,8]$.

Examen tipo 2 · Soluciones (examen en la pág. 96)

Problema 1 (2,5 puntos)

a) Puede tener dos soluciones distintas, una doble o ninguna real. Depende del signo del discriminante $\Delta = b^2-4ac$, lo que va dentro de la raíz en la fórmula: si $\Delta>0$, dos soluciones; si $\Delta=0$, una doble (± 0 da lo

mismo); si $\Delta < 0$, ninguna real (no existe la raíz cuadrada de un número negativo).

b) i) Divisores de 12. Con $x = 2$: Ruffini $1, -3, -4, 12 \to 1, -1, -6 \mid 0$. Queda $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$ y $x = -2$. Soluciones: 2, 3 y -2; $(x-2)(x-3)(x+2)$.

b) ii) m.c.m. $= (x-1)(x+1)$: $x(x+1)+2(x-1) = 2(x^2-1) \Rightarrow x^2+3x-2 = 2x^2-2 \Rightarrow x^2-3x = 0 \Rightarrow x = 0$ o $x = 3$. Ninguna anula los denominadores ($x \neq \pm 1$): las dos son válidas.

Problema 2 (2,5 puntos)

a) $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$; $\log \dfrac{a}{b} = \log a - \log b$; $\log a^n = n \log a$.

b) i) $\log_2 \dfrac{1}{8} = -3$ (porque $2^{-3} = \frac{1}{8}$); $\log_3 \sqrt{27} = \log_3 3^{3/2} = \dfrac{3}{2}$; $\log 0{,}01 = -2$. $\quad -3 + \dfrac{3}{2} - (-2) = \dfrac{1}{2}$.

b) ii) $\log x^2 = \log(4x - 3) \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1$ o $x = 3$. Comprobación: con $x = 1$, $\log 1 = 0$ y $4 - 3 = 1 > 0$; con $x = 3$, $x > 0$ y $9 > 0$. Las dos son válidas.

Problema 3 (2,5 puntos)

a) Consiste en multiplicar las ecuaciones por números adecuados para que, al sumarlas, desaparezca una incógnita. Conviene cuando ninguna incógnita está despejada o es fácil de despejar (todas tienen coeficientes distintos de 1), porque así se evitan las fracciones.

b) i) Para eliminar la y: la primera por 3 y la segunda por 2: $9x - 6y = 12$ y $10x + 6y = 26$. Sumando: $19x = 38 \Rightarrow x = 2$. $6 - 2y = 4 \Rightarrow y = 1$.

b) ii) Hijo h, padre p: $p = 3h$ y $p - 5 = 4(h-5)$. $3h - 5 = 4h - 20 \Rightarrow h = 15$, $p = 45$. El hijo tiene 15 años y el padre 45.

Problema 4 (2,5 puntos)

a) En $(-2, 3)$ los extremos no están incluidos: $-2 < x < 3$, puntos huecos en la recta. En $[-2, 3]$ sí lo están: $-2 \leq x \leq 3$, puntos rellenos. Los dos pintan el trozo de recta entre -2 y 3.

b) i) Raíces: 3 (arriba) y -2 (abajo). Signos: + en $(-\infty, -2)$, − en $(-2, 3)$, + en $(3, +\infty)$. Con $\geq$: entra el 3 pero no el -2 (anula el denominador): $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$.

b) ii) $-5 \leq 2x - 1 \leq 5 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 6 \Rightarrow -2 \leq x \leq 3$: $[-2, 3]$.